Hildegardis Schule Bochum

Fach Mathematik

Schulinterner Lehrplan
Leistungs- und Bewertungskonzept
Hausaufgabenkonzept
(Stand: 06.07.2016)

1 Inhaltsverzeichnis

2 Rahmenbedingungen

2.1 Die Hildegardis-Schule

Nähere Informationen befinden sich auf der Homepage www.hildegardis-bochum.de

2.2 Die Fachgruppe Mathematik

Die Fachgruppe Mathematik umfasst derzeit 13 Lehrkräfte. Von den Lehrkräften besitzen alle die Fakultas für die Sekundarstufe I und 11 Lehrkräfte zusätzlich die Fakultas für die Sekundarstufe II. Alle Kolleginnen und Kollegen aus der Sekundarstufe II unterrichten ebenfalls in der Sekundarstufe I. Der Unterricht ist darauf abgestimmt, dass den Schülerinnen und Schülern der Wechsel in die Oberstufe unseres Gymnasiums gut gelingen kann.
Die Fachkonferenz tritt mindestens einmal pro Schuljahr, in der Regel im November, zusammen, um notwendige Absprachen zu treffen. Es nehmen auch ein Mitglied der Elternpflegschaft sowie die gewählte Schülervertretung beratend an den Sitzungen teil.
Um die Lehrkräfte bei der Unterrichtsplanung zu unterstützen, werden Materialien von Schulbuchverlagen als Handapparat im Lehrerzimmer bereitgestellt.

3 Leistungs- und Bewertungskonzept

3.1 Leistungsbewertung im Fach Mathematik

Die Zeugnisnote setzt sich zusammen aus

- den schriftlichen Arbeiten (Klassenarbeiten, Klausuren)
- den „Sonstigen Leistungen“

3.1.1 Leistungsbewertung im Fach Mathematik zu schriftlichen Leistungen

Anzahl und Dauer

- <u>Sekundarstufe I</u>
  Entsprechend den Vorgaben und Empfehlungen (s. RdErl. vom 18.07.06) hat die Fachkonferenz vom 17.11.2015 folgende Anzahl und Dauer der Klassenarbeiten beschlossen:

Klasse	Dauer einer Arbeit in Unterrichtsstunden	Anzahl der Arbeiten pro Halbjahr 1. Hj.	 2.Hj.	Anzahl der Arbeiten pro Schuljahr
5	1	3	3	6
6	1	3	3	6
7	1	3	3	6
8	1	3	2[1]	5
9	2	2	2	4

- <u>Sekundarstufe II</u>
  Es werden 2 Klausuren pro Halbjahr im vorgeschriebenen Umfang geschrieben. Die letzte Klausur der Jahrgangsstufe EF ist die Zentrale Klausur.

Bewertungskriterien

Die Aufgabenstellungen der schriftlichen Arbeiten sind so anzulegen, dass sie die Vielfalt der im Unterricht erworbenen Kompetenzen und Arbeitsweisen widerspiegeln.

1 Im 2. Hj. der Klasse 8 werden zusätzlich noch die zentralen Lernstandserhebungen (LSE) durchgeführt.

Die Klassenarbeiten bestehen u.a. aus Aufgaben

- bei denen inhaltsbezogene Kompetenzen berücksichtigt werden mit z.T. reproduktiven oder operativen Bereichen.
- bei denen prozessbezogene Kompetenzen berücksichtigt werden (z.B. Begründen, Darstellen von Zusammenhängen, Interpretation und kritische Reflexionen).
- bei denen es nicht nur um eindeutige Lösungen, sondern um individuelle Lösungen der Schülerinnen und Schüler geht.

Die Punkteverteilung zu den Noten sollte in der Regel so erfolgen, dass in der Sekundarstufe I und II etwa bei 40% der erreichten Gesamtpunktzahl die Note „ausreichend minus“ erteilt wird. Für die anderen Noten sind die Bereiche der Punkte annähernd gleichmäßig zu verteilen. Die Note „ungenügend“ sollte bei Erreichen von weniger als 20% der möglichen Punkte erteilt werden.

Die Leistungsbewertung ergibt sich aus der Randkorrektur und einem Bewertungsbogen mit Erwartungshorizont oder einem Abschlussgutachten unter der Klassenarbeit bzw. Klausur. Die Randkorrektur erfolgt mit den in den Richtlinien (s. Sek II, S. 65) angegebenen bewährten Korrekturzeichen zur Kennzeichnung der sachlichen Mängel und Verstöße, woraus sich auch die Gewichtung der Fehlertypen ergibt. Einmal aufgetretene und weitergeführte Fehler sollten nicht zu einer übermäßigen Abwertung führen. Anspruchsvolle Aufgaben sollten nicht zu hoch gewichtet werden. Wo die formalen Korrekturzeichen nicht genügen, können sachbezogene Hinweise und Bemerkungen am Rand ergänzt werden. Über die Randbemerkungen hinaus kann es notwendig sein, Schülerinnen und Schüler auf einzelne Fehler, Ungenauigkeiten oder Lücken aufmerksam zu machen oder ihnen konkrete Vorschläge zum Lernprozess zu geben.

Unter Fachkolleginnen und -kollegen findet ein ständiger kollegialer Austausch über Unterrichtsvorhaben und Klassenarbeiten statt, wobei auch eine Abstimmung bzgl. des Korrekturverhaltens auf der Basis der geltenden Richtlinien erfolgt. Auf dem PC der Lehrer-bibliothek befindet sich ein Order mit Sammlungen von Arbeiten zur Einsicht (Laufwerk L:\).

Hilfsmittel

Mit der Einführung des Taschenrechners (s. auch Schulcurriculum) in der Jahrgangsstufe 7 ist die Benutzung des Taschenrechners in den Klassenarbeiten und Klausuren i.d.R. zugelassen. Ab der Jahrgangsstufe EF bestehen die Klausuren in Vorbereitung auf die zentralen Klausuren i.d.R. aus einem hilfsmittelfreien Teil und einem Teil mit Hilfsmitteln (s. KLP SII, S. 37).
Der hilfsmittelfreie Teil wird in der Zentralen Klausur der Jahrgangsstufe EF mit einem Viertel gewichtet, in der zentralen Klausur des Abiturs ist ist dies etwa ein Drittel (siehe auch https://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/cms).
Zugelassene Hilfsmittel sind der Taschenrechner sowie die eingeführte Formelsammlung. Mit der Einführung des grafikfähigen Taschenrechners (GTR, s. auch Schulcurriculum) ist in den Klausuren der Oberstufe ausschließlich der GTR als Taschenrechner zulässig. Leistungskurse der Jahrgangsstufen Q1 und Q2, in denen ein Computer-Algebra-System (CAS) eingeführt wurde, ersetzen den GTR durch ein CAS.

3.1.2 Leistungsbewertung im Fach Mathematik zu „Sonstige Leistungen“

Hinweis: Die hier angeführten Kompetenzen dienen als Basis für die Bewertung und werden nicht gleich gewichtet in die Bewertung einbezogen.

Bewertet wird, ob die Schülerin/ der Schüler

Im Bereich Sachkompetenz	*Inhaltsbezogene Kompetenzen* - mathematisches Können zeigt, - mathematisches Wissen erweitert, *Prozessbezogene Kompetenzen* - mathematische Zusammenhänge erkennt, benennt und anwendet, - mit korrekten Fachtermini argumentiert, - Ergebnisse sachgerecht und kritisch reflektiert erläutert, - Probleme erfasst, erkundet und lösen kann, - mathematische Modelle sinnvoll in Sachzusammenhänge bringt, - Sachzusammenhänge mit Hilfe der mathematischen Modelle richtig löst, - mathematische Werkzeuge adäquat nutzt, - geforderte Leistungsnachweise fachlich angemessen löst und darstellt,
Im Bereich Sozialkompetenz	- mathematisches Arbeiten mit anderen organisieren kann, - im mathematischen Arbeiten mit anderen Zuverlässigkeit zeigt,
Im Bereich Personenkompetenz	- sich auf das Unterrichtsgeschehen einlässt, - an der Gestaltung des Unterrichtsgeschehens aktiv teilnimmt, - und geforderte Leistungsnachweise in zufriedenstellendem Umfang erbringt.

3.1.3 Kontrollbogen für SchülerInnen für „Sonstige Leistungen"

Hinweis: Die hier aufgeführten Kompetenzen dienen als Basis für die Bewertung und werden nicht gleich gewichtet in die Bewertung mit einbezogen.

Sachkompetenz	*Inhaltsbezogene Kompetenzen* - Wie gut beherrsche ich den Lern-/Themenbereich? - Zeige ich mein Wissen in Unterrichtsgesprächen? *Prozessbezogene Kompetenzen* - Kann ich fachlich und fachsprachlich richtig argumentieren? - Kann ich Ergebnisse richtig bewerten und präsentieren? - Kann ich Probleme fachlich richtig erfassen, erkunden und lösen? - Kann ich mathematische Modelle für Sachzusammenhänge sinnvoll erstellen und auf diese anwenden? - Kann ich die mir bekannten Werkzeuge adäquat nutzen? - Fühle ich mich regelmäßig in der Lage, meine Hausaufgaben anzufertigen und sie im Unterricht zu präsentieren? - Erfülle ich weitere geforderte Leistungsnachweise?
Sozialkompetenz	- Bin ich fähig, mich in Gruppenarbeiten angemessen zu verhalten und einzusetzen? - Arbeite ich zuverlässig für die Gruppe? - Bin ich bereit, anderen zu helfen/mein Wissen zu vermitteln?
Personenkompetenz	- Bemühe ich mich, kontinuierlich dem Unterrichtsgeschehen zu folgen und mich in diese einzubringen? - Habe ich stets die geforderten Materialien dabei? - Bemühe ich mich, meine Hausaufgaben in vollem Umfang zu erledigen? - Sind meine Ergebnissicherungen und Präsentationen vollständig ordentlich notiert? - Erbringe ich eingeforderte Leistungsnachweise in vollem Umfang?

3.2 Hausaufgabenkonzept

(auf Grundlage der rechtlichen Vorgaben durch RdErl. d. Ministeriums für Schule und Weiterbildung vom 05.05.2015 (BASS 12 – 63 Nr. 3) sowie des Hausaufgabenkonzepts zur Umsetzung an der Hildegardis-Schule vom 22.10.15)

Arten von Hausaufgaben und ihre Funktionen im Fach Mathematik
Im Fach Mathematik haben die Hausaufgaben eine bedeutsame Funktion für die individuelle Nachbereitung, vor allem als wiederholendes und vertieftes Üben, aber auch für die Vorbereitung fachlicher Inhalte durch die Schülerinnen und Schüler. Sie haben also sowohl eine Mechanisierungs- und Kontrollfunktion (Wiederholen und Üben des Lernstoffs) sowie eine Übertragungsfunktion (Anwendung des Lernstoffs). Das bedeutet, dass die Hausaufgaben Aufgaben umfassen, in denen im Unterricht besprochene Lösungswege angewandt werden sollen, sowohl reproduktiv (z.B. bei den sogenannten „Päckchenaufgaben“) als auch anwendungsbezogen (z.B. als sogenannte „Textaufgaben“).

Umfang von Hausaufgaben und Möglichkeiten zeitlicher Entlastung
Hausaufgaben werden auf das notwendige Minimum beschränkt, indem z.B. Übungsphasen vermehrt in den Unterricht integriert werden. Dies setzt eine effektive Nutzung der Lernzeit durch die Schülerinnen und Schüler voraus. Hausaufgaben können aber auch so gestellt werden, dass zwischen verbindlichen und optionalen Hausaufgaben unterschieden wird, so dass die Schülerinnen und Schüler selbst entscheiden können, ob sie das weitere Übungsangebot wahrnehmen möchten. Dies bietet sich vor allem bei älteren Schülerinnen und Schülern an, die ihren Lernstand zunehmend selbstständig reflektieren können.

Möglichkeiten individueller Differenzierung und individueller Förderung
Als Differenzierungsmöglichkeiten innerhalb von Hausaufgaben bieten sich an:

- Differenzierung nach Menge,
- Differenzierung nach Schwierigkeitsgrad,
- Differenzierung nach Freiwilligkeit und
- Differenzierung nach dem Zeitraum für Hausaufgaben.

Eine mögliche Differenzierung nach Schwierigkeit kann z.B. bei den Textaufgaben darin bestehen, dass Aufgaben zur Auswahl gestellt werden, bei denen die Lösungsschritte vergleichbar zu denen der im Unterricht bearbeiteten Aufgaben sind, und Aufgaben, bei denen die Lösungsschritte im Vergleich zu den im Unterricht bearbeiteten Aufgaben variiert werden müssen.

Kontrolle und Rückmeldung für Schülerinnen und Schüler
Hausaufgaben sollten im Unterricht einen angemessenen Stellenwert haben. Dazu gehört die Kontrolle darüber, ob die Hausaufgaben erledigt wurden, wie auch die inhaltliche Besprechung. Inhaltlich können Hausaufgaben im Unterrichtsgespräch mündlich oder durch eine Lehrer- oder Schülerpräsentation gegebenenfalls auch schriftlich besprochen werden.

Damit möglichst viele Schülerinnen und Schüler eine Rückmeldung erhalten, können zum Beispiel vor der Besprechung im Plenum auch Mitschüler in einer Partnerarbeit die Hausaufgaben kontrollieren. Die Besprechung der Hausaufgaben im Unterricht können dazu genutzt werden, verschiedene Präsentationstechniken einzuüben.

Informationen zu Unterstützungsmaßnahmen für Schülerinnen und Schüler sowie Tipps für Eltern
Da die Hausaufgaben dem Wiederholen, Üben und Anwenden des Lernstoffs dienen, sollten Hausaufgaben von den Schülerinnen und Schülern selbstständig erledigt werden. Dabei bezieht sich die Aufgabe auf den Unterricht, so dass im Unterricht gelöste Aufgaben sowie die weiteren Mitschriften grundsätzlich als Orientierung dienen können. Alternativ können auch im Lehrwerk die entsprechenden Erläuterungen zu Hilfe genommen werden, die immer auch Beispielaufgaben enthalten.

Hausaufgabenkonzept im Fach Mathematik für die Sekundarstufe II

In der gymnasialen Oberstufe beachten die Kolleginnen und Kollegen die höhere Belastung der Schülerinnen und Schüler eines Kurses während der Klausurphasen. Hier erfolgen nach Möglichkeit individuelle Absprachen zwischen dem Kurslehrer und den Kurssprechern eines Kurses bezüglich der Menge und der Fälligkeitstermine von Hausaufgaben.

3.3 Bewertung von Facharbeiten

Die Bewertung von Facharbeiten im Fach Mathematik orientiert sich an den Vorgaben von Kapitel 7 des Readers „Die Facharbeit – Tipps und Hinweise“ (http://www.hildegardis-bochum.de/PDF/HomepageDateien/Downloads/Facharbeitsreader.pdf).

Das Formulieren und Beantworten einer Leitfrage ist auch im Fach Mathematik unerlässlich.

Die Bewertungskriterien sind von stark nach schwach gewichtet:

Inhaltliche Aspekte: • Eingrenzung des Themas und Entwicklung einer zentralen Fragestellung • Selbstständigkeit im Umgang mit dem Thema • Gründlichkeit der Materialrecherche • Souveränität im Umgang mit den Materialien und Quellen • Differenziertheit und Strukturiertheit der inhaltlichen Auseinandersetzung • Beherrschung fachspezifischer Methoden • logische Struktur und Stringenz der Argumentation • kritische Distanz zu den eigenen Ergebnissen und Urteilen
Sprachliche Aspekte: • Beherrschung der Fachsprache • Verständlichkeit • Präzision und Differenziertheit des sprachlichen Ausdrucks • sinnvolle Einbindung von Zitaten und Materialien in den Text • grammatische Korrektheit • Rechtschreibung und Zeichensetzung
Formale Aspekte • Vollständigkeit der Arbeit • Nutzung von Tabellen, Graphiken, Bildmaterial und anderen • Medien als Darstellungsmöglichkeiten • Zitiertechnik • Sauberkeit und Übersichtlichkeit von Graphiken und Schriftbild • Einhaltung der vereinbarten Schreibformate • korrektes Literaturverzeichnis

Die **inhaltliche Bewertung** erstreckt sich auf die *drei Anforderungsbereiche*

I. Wiedergabe von Kenntnissen (Reproduktion)
II. Anwendung von Kenntnissen (Reorganisation)
III. Problemlösen und Werten

4 Unterrichtsvorhaben für die Klassenstufen 5 bis 9

4.1 Jahrgangsstufe 5

Kontext ***Thema*** ***Zeitbedarf***	***Inhaltliche Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Hinweise (Auswahl)***
5.1 Wir lernen uns kennen Datenerhebung und Darstellung von Zahlen und Größen (ca. 10 U.-Std.)	• erheben Daten, fassen sie in Ur- und Strichlisten zusammen und veranschaulichen sie in unterschiedlichen Diagrammarten.	• geben Informationen aus einfachen mathematikhaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle) mit eigenen Worten wieder. • veranschaulichen und präsentieren ihr Vorgehen und ihre Ergebnisse. • nutzen Tabellenkalkulationsprogramme um ihre Ergebnisse in unterschiedlichen Diagrammarten zu visualisieren.	*Vernetzung* • Fach Erdkunde: Diagramme lesen *Methode* • (Kennen-) Lernen durch Projektarbeit: Planung, Durchführung und Auswertung eines Klassen-Fragebogens *Medien (optional)* • Diagramme mit Tabellenkalkulation erstellen
5.2. Natürliche und ganze Zahlen (ca. 20 U.-Std.)	• stellen natürliche Zahlen und einfache Dezimalzahlen auf verschiedene Weise dar. • ordnen und vergleichen natürliche und ganze Zahlen. • runden natürliche Zahlen.	• vervollständigen und formulieren zunehmend selbstständig aus dem Unterricht erwachsene Merksätze und dokumentieren diese in einem (Merk-)Heft.	*zur Vernetzung* • Fach Erdkunde: Temperatur und Höhen *zur Entlastung* • vorerst keine Rechenoperationen mit ganzen Zahlen

Kontext ***Thema*** ***Zeitbedarf***	***Inhaltliche Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Hinweise (Auswahl)***
5.3 Höher, schneller, schwerer, teurer Umgang mit Größen (ca. 12 U.-Std.)	• messen und schätzen Größen im Alltag. • finden Repräsentanten für die gebräuchlichsten Einheiten. • rechnen Größen zum Vergleich um, indem sie Einheitentafeln oder Umrechnungsdiagramme nutzen.	• systematisieren Gelerntes in einer Mind-Map. • dokumentieren ihre eigenen Lernwege und aus dem Unterricht erwachsene Merksätze und Ergebnisse zunehmen selbstständig (z. B. im Lerntagebuch, Merkheft) und nutzen diese zum Nachschlagen.	*zur Entlastung* • nur sinnvolle und einfache Umwandlung von Größen *Methode* • Lernzirkel zu Größen • Anlegen einer MindMap • Anlegen eines Merkheftes (wenn nicht bereits in 5.2)
5.4 Unterwegs mit der Mathebrille I Rechnen mit natürlichen und ganzen Zahlen (ca. 12 U.-Std.)	• führen Additionen und Subtraktionen schriftlich und im Kopf aus und nutzen Strategien für Rechenvorteile. • addieren ganze Zahlen.	• nutzen intuitiv verschiedene Arten des Begründens. • übersetzen Situationen aus Sachaufgaben in mathematische Modelle (Terme). • lösen inner- und außermathematische Problemstellungen mithilfe passender Rechenarten.	*zur Entlastung* • schriftliche Subtraktion mit maximal zwei Subtrahenden • nur Addition ganzer Zahlen
5.5 Mathematik mit Papier und Spiegel geom. Grundbegriffe an ebenen Figuren entdecken (ca. 20 U.-Std.)	• benennen, charakterisieren, zeichnen und vermessen Figuren (Rechteck, Quadrat, Parallelogramm, Raute, Trapez, Dreieck).	• nutzen das Geodreieck zum Messen und genauen Zeichnen. • setzen Begriffe an Beispielen und in Zeichnungen miteinander in Beziehung (z. B. parallel/senkrecht, achsen-, punktsymmetrisch).	*zur Entlastung* • Schwerpunkt auf das Zeichnen von Vierecken

Kontext ***Thema*** ***Zeitbedarf***	***Inhaltliche Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Hinweise (Auswahl)***
5.6 Unterwegs mit der Mathebrille II Rechnen mit natürlichen und ganzen Zahlen und Aufstellen von Zahlentermen (ca. 16 U.-Std.)	• führen Multiplikationen und Divisionen schriftlich und im Kopf aus und nutzen Strategien für Rechenvorteile. • multiplizieren mit ganzen Zahlen. • interpretieren Zahlenterme im Sachkontext und stellen eigene Zahlenterme auf.	• nutzen intuitiv verschiedene Arten des Begründens. • übersetzen Situationen aus Sachaufgaben in mathematische Modelle (Terme). • lösen inner- und außermathematische Problemstellungen mithilfe passender Rechenarten.	*zur Entlastung* • schriftliche Division mit maximal zweistelligen Divisoren • nur Multiplikation ganzer Zahlen • Multiplikation zweier negativer ganzer Zahlen zunächst nur über das Permanenzprinzip
5.7 Unsere Wohnung / Unser Klassenraum Berechnung von Fläche & Umfang ebener Figuren (ca. 16 U.-Std.)	• schätzen und bestimmen Umfang und Flächeninhalt von Rechtecken, Dreiecken, Parallelogrammen und daraus zusammengesetzten Figuren. • stellen Größen in Sachsituationen mit geeigneten Einheiten dar. • nutzen gängige Maßstabsverhältnisse.	• nutzen die Strategien „Zerlegen“ und „Ergänzen“ zur Flächenberechnung.	*zur Vernetzung* • Fach Kunst • Fach Erdkunde: Absprache zum Maßstab *zur Entlastung* • nur Dreiecke und Vierecke, Kreise erst in Klasse 6 • nur einfache Umwandlungen von Größen
5.8 Die optimale Verpackung Erkundung von Würfeln und Quadern (ca. 12 U.-Std.)	• benennen und charakterisieren Grundkörper, identifizieren sie in ihrer Umwelt und stellen Größen in Sachsituationen mit geeigneten Einheiten dar. • erstellen Schrägbilder, Netze und Modelle von Würfeln und Quadern. • schätzen und bestimmen Oberflächen und Volumina von Quadern.	• arbeiten bei der Lösung von Problemen im Team.	*zur Vernetzung* • Fach Kunst: Körper, Gebäude *zur Entlastung* • keine Schrägbilder und Netze von zusammengesetzten Körpern • Berechnung von Oberfläche und Volumen erst in Klasse 6
Summe der Stunden: ca. 120 (Schuljahr: 41 Wochen à 4 U.-Std. = 164 U.-Std.)			

4.2 Jahrgangsstufe 6

Kontext ***Thema*** ***Zeitbedarf***	***Inhaltliche Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Hinweise (Auswahl)***
6.1 Immer genaueres Messen und Rechnen – Runden und erstes Rechnen mit Dezimalzahlen (Grundrechenarten) (ca. 15 U.- Std.)	• deuten Dezimalzahlen als andere Darstellungsform für Brüche (Anmerkung: erst in Ansätzen) und stellen sie an der Zahlengerade dar. • führen Grundrechenarten (Kopfrechnen und schriftliche Rechenverfahren) mit endlichen Dezimalzahlen aus. • runden Dezimalzahlen. • nutzen Techniken des Überschlagens und die Probe als Rechenkontrolle. • wenden ihre arithmetischen Kenntnisse von Zahlen und Größen an.	• geben inner- und außermathematische Problemstellungen in eigenen Worten wieder und entnehmen die ihnen relevanten Größen. • ermitteln Näherungswerte für erwartete Ergebnisse durch Schätzen und Überschlagen.	*zur Vernetzung* • Grundschule: einfache Brüche, Dezimalzahlen • Einführung von Dezimalzahlen über genaues Messen
6.2 Figuren in der Ebene beschreiben und abbilden – Winkel und Bewegungen (ca. 20 U.-Std.)	• messen und schätzen Winkel. • Verwenden die Grundbegriffe Punkt, Strecke, Winkel, Gerade, Abstand und Radius. • zeichnen grundlegende ebene Figuren (Winkel) und Muster auch im ebenen Koordinatensystem. • verwenden die Grundbegriffe achsensymmetrisch und punktsymmetrisch zur Beschreibung/Charakterisierung ebener und räumlicher Figuren und identifizieren sie in ihrer Umwelt.	• nutzen Geodreieck und Zirkel zum Messen und genauen Zeichnen. • nutzen Präsentationsmedien (z.B. Folie, Plakat, Tafel). • Nutzen elementare mathematische Regeln und Verfahren (Messen, Schließen) zum Lösen von anschaulichen Alltagsproblemen.	*zur Vernetzung* • Fach Kunst *zur Vertiefung* • „DynaGeo“ *zur Entlastung* • Keine zeichnerische Umsetzung von Drehung und Spiegelung

Kontext ***Thema*** ***Zeitbedarf***	***Inhaltliche Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Hinweise (Auswahl)***
6.3 Die drei Gesichter einer Zahl – rationale Zahlen (ca. 15 U.-Std.)	• stellen einfache Bruchteile auf verschiedene Weise dar (handelnd, zeichnerisch an verschiedenen Objekten) und deuten sie als Operatoren, Größen und Verhältnisse. • stellen einfache Bruchteile als Punkte auf der Zahlengerade dar; nutzen das Grundprinzip des Kürzens/ Erweiterns von Brüchen als Vergröbern bzw. Verfeinern der Einteilung. • ordnen und vergleichen rationale Zahlen. • verwenden ihre Kenntnisse über rationale Zahlen zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme. • deuten Dezimalzahlen und Prozentzahlen als andere Darstellungsform für Brüche. • führen Umwandlungen zwischen Bruch-, Dezimal- und Prozentzahl durch. • stellen Größen in Sachsituationen mit geeigneten Einheiten dar. • bestimmen Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen und wenden einfache Teilbarkeitsregeln an.	• setzen Begriffe an Beispielen miteinander in Beziehung (z. B. natürliche Zahlen und Brüche). • erläutern mathematische Sachverhalte, Begriffe, Regeln und Verfahren mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen. • nutzen intuitiv verschiedene Arten des Begründens (Plausibilitätsüberlegungen, Angeben von Beispielen oder Gegenbeispielen). • untersuchen Muster und Beziehungen bei Zahlen.	*zur Vernetzung* • Grundschule: einfache Brüche *zur Entlastung* • Verhältnisse nur als Abgrenzung zu Anteilen

Kontext ***Thema*** ***Zeitbedarf***	***Inhaltliche Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Hinweise (Auswahl)***
6.4 Rechnen mit Brüchen (ca. 30 U.-Std.)	• bestimmen Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen und wenden einfache Teilbarkeitsregeln an. • führen Grundrechenarten (Kopfrechnen und schriftliche Rechenverfahren) aus. • nutzen Strategien für Rechenvorteile. • wenden ihre arithmetischen Kenntnisse von Zahlen und Größen an.	• nutzen elementare mathematische Regeln und Verfahren (Rechnen, Schließen) zum Lösen von Problemen. • untersuchen Muster und Beziehungen bei Zahlen. • wenden die Problemlösestrategien „Beispiele finden“, „Überprüfen durch Probieren“ an. • deuten Ergebnisse in Bezug auf die ursprüngliche Problemstellung.	*zur Entlastung* • grundlegende Teilbarkeitsregeln ohne Primfaktorzerlegung, ggT und kgV • Vorstellung der gemischten Schreibweise als Summe von ganzer Zahl und Bruch muss verankert werden • Rechnen mit Zahlen in gemischter Schreibweise entfällt • keine Doppelbrüche
6.5 Anwendung der Bruchrechnung in der Statistik (16 U.-Std.)	• erheben Daten und fassen sie in Ur- und Strichlisten zusammen. • bestimmen absolute und relative Häufigkeiten, arithmetisches Mittel und Median. • erstellen Häufigkeitstabellen und veranschaulichen diese mithilfe von Säulen- und Kreisdiagrammen. • lesen und interpretieren statistische Darstellungen. • stellen Beziehungen zwischen Zahlen und Größen in Tabellen und Diagrammen dar • lesen Informationen aus Tabellen und Diagrammen in einfachen Sachzusammenhängen ab.	• übersetzen Situationen aus Sachaufgaben in mathematische Modelle (Diagramme). • Überprüfen die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation. • geben Informationen aus einfachen mathematikhaltigen Darstellungen mit eigenen Worten wieder. • erläutern mathematische Sachverhalte, Begriffe, Regeln und Verfahren mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen. • nutzen Präsentationsmedien (z.B. Folie, Plakat, Tafel).	

Kontext ***Thema*** ***Zeitbedarf***	***Inhaltliche Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Hinweise (Auswahl)***
6.6 Figuren im Raum – Raum-inhalt (20 U.-Std.)	• schätzen und bestimmen Oberflächen und Volumina von Quadern.	• setzen Begriffe an Beispielen miteinander in Beziehung (z.B. Fläche und Volumen).	*zur Entlastung* • Keine Schrägbilder und Netze von zusam-mengesetzten Körpern

4.3 Jahrgangsstufe 7

Kontext ***Thema*** ***Zeitbedarf***	***Inhaltliche Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Hinweise (Auswahl)***
7.1 Winkel in Figuren erschließen Winkelsätze entdecken und anwenden (ca. 12 U.-Std.)	• erfassen und begründen Eigenschaften von ebenen Figuren (Winkelgrößen, Streckenlängen) mithilfe von Symmetrien und einfachen Winkelsätzen.	• nutzen eine Dynamische Geometriesoftware zum Erkunden von Winkelsätzen und Winkelsummensätzen.	*zur Entlastung* • Verringerung des händischen Zeichnens durch Einsatz der DGS
7.2 Rechnen in proportionalen und antiproportionalen Zusammenhängen, in die Zukunft schauen, mit gegebenen Werten Voraussagen treffen (ca. 20 U.-Std.)	• erkunden Zuordnungen, stellen diese auf verschiedene Arten dar und wechseln zwischen den Darstellungen (Tabelle, Graph, Term). • identifizieren proportionale und antiproportionale Zusammenhänge. • bestimmen Werte mithilfe der Dreisatzrechnung.	• erarbeiten den Zuordnungsbegriff experimentell und stellen ihre Ergebnisse in kurzen vorbereiteten Vorträgen dar. • bewerten die verschiedenen Darstellungsarten und stellen Beziehungen zwischen ihnen her. • führen ihre Rechnungen auch erstmalig mit dem TR aus.	*zur Vernetzung* • Fach Physik: Vorbereitend für Zeit-Geschwindigkeits- und Zeit-Weg-Diagramme
7.3 Rund ums Geld: Günstig einkaufen und Geld anlegen Prozente und Zinsen berechnen (ca. 12 U.-Std.)	• berechnen Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert in Realsituationen (auch Zinsrechnung).	• ziehen Informationen aus mathematikhaltigen Darstellungen und einfachen authentischen Texten.	*zur Vernetzung* • fachübergreifend: Recherchen im Internet *zur Entlastung* • Kreisdiagramme mit Tabellenkalkulation
7.4 Terme mit Variablen aufstellen und berechnen Kosten mit dem Tabellenkalkulationsprogramm berechnen (ca. 8 U.-Std.)	• stellen Terme mit Variablen zu Realsituationen auf. • verwenden Terme nicht nur als Rechenaufforderung, sondern schwerpunktmäßig als Beschreibungsmittel für mathematische Zusammenhänge zwischen Größen.	• beschreiben Realsituationen mithilfe von Termen mit Variablen (unbestimmte veränderliche Zahlen). • stellen Terme mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms auf und nutzen relative Bezüge.	*zur Vernetzung* • aufbauend auf Zahlentermen (← 5.2., 5.4., 5.6., 6.4.) und algebraischen Termen • Vorbereitung zum Umformen von Termen und zum Lösen einfacher Gleichungen (→7.8 und 7.9)

Kontext ***Thema*** ***Zeitbedarf***	***Inhaltliche Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Hinweise (Auswahl)***
7.5 Landschaften vermessen Kongruente Dreiecke konstruieren (ca. 16 U.-Std.)	• zeichnen Dreiecke aus gegebenen Winkel- und Seitenmaßen mithilfe der Kongruenzsätze.	• erläutern die Arbeitsschritte ihrer Konstruktionen mit geeigneten Fachbegriffen (Konstruktionsbeschreibung).	*zur Entlastung* • besondere Linien im Dreieck nicht thematisiert, insbesondere nicht Schnittpunkte dieser
7.6 Berechnungen an Kreisen Vermutungen durch Messen und Wiegen gewinnen bzw. validieren (ca. 10 U.-Std.)	• schätzen und bestimmen Umfang und Flächeninhalt von Kreisen und zusammengesetzten Figuren.	• verwenden Skizzen und nutzen Hilfslinien zur Berechnung von zusammengesetzten Figuren.	*zur Entlastung* • keine zusammengesetzten Flächen
7.7 Berechnungen an Figuren auf unterschiedliche Weise durchführen Terme umformen (ca. 12 U.-Std.)	• fassen Terme zusammen, multiplizieren sie aus und faktorisieren sie mit einem einfachen Faktor.	• untersuchen beschreibungsgleiche Terme zur Beschreibung geometrischer Figuren oder Realsituationen und stellen Vermutungen zu Termumformungsregeln auf. • vergleichen und bewerten Lösungswege und Argumentationen.	*zur Entlastung* • Beschränken auf einfache Umformungen, zunächst ohne Binome
7.8 Knack' die Box Einfache Gleichungen lösen (ca. 8 U.-Std.)	• lösen Gleichungen sowohl durch Probieren als auch algebraisch und nutzen die Probe als Rechenkontrolle.	• nutzen Algorithmen zum Lösen mathematischer Standardaufgaben und bewerten ihre Praktikabilität.	*zur Entlastung* • Techniken der Äquivalenzumformungen zunächst auf einfachem Niveau
7.9 Unterwegs mit der Mathe-Brille Lineare Funktionen in Alltagssituationen entdecken (ca. 20 U.-Std.)	• identifizieren und interpretieren lineare Zusammenhänge und wechseln zwischen den Darstellungen. • stellen Terme linearer Funktionen auf. • lösen lineare Gleichungen und lineare Gleichungssysteme tabellarisch und grafisch.	• übersetzen einfache Realsituationen in mathematische Modelle und überprüfen die Gültigkeit ihres Modells.	*zur Vernetzung* • Fach Physik: Zeit-Geschwindigkeits- und Zeit-Weg-Diagramme (vgl. →7.4)
Summe der Stunden: ca. 118 (Schuljahr: 41 Wochen à 4 U.-Std. = 164 U.-Std.)			

4.4 Jahrgangsstufe 8

Kontext ***Thema*** ***Zeitbedarf***	***Inhaltliche Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Hinweise (Auswahl)***
8.1 Wie arbeitet ein Marktforschungsinstitut? Erhebung und Auswertung großer Datenmengen (ca. 12 U.-Std.)	• planen Datenerhebungen und führen sie durch. • nutzen und interpretieren Median, Spannweite und Quartile zur Darstellung von Häufigkeitsverteilungen als Boxplots.	• tragen Daten in elektronischer Form zusammen, stellen sie mithilfe einer Tabellenkalkulation dar und werten sie aus.	*zur Vernetzung* • Fach Politik/Geschichte/Erdkunde: Befragung zu einem aktuellen jugend-, schul- oder kommunalpolitischen Thema
8.2 Mit Wahrscheinlichkeiten Vorhersagen machen Zufallsversuche durchführen und beschreiben (ca. 15 U.-Std.)	• benutzen relative Häufigkeiten zur Schätzung von Wahrscheinlichkeiten. • verwenden ein- und zweistufige Zufallsversuche zur Darstellung zufälliger Erscheinungen in alltäglichen Situationen und veranschaulichen sie mit Baumdiagrammen. • bestimmen Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Laplace-Regel und den Pfadregeln.	• übersetzen eine gegebene Sachsituation in ein geeignetes stochastisches Grundmodell, um Wahrscheinlichkeiten bestimmen zu können und umgekehrt.	*zur Entlastung* • nur ein- und zweistufige Zufallsexperimente • keine beurteilende Statistik (bedingte Wahrscheinlichkeiten, Vierfeldertafel → EF)
8.3 Zusammengesetzte Flächen Anwendung von binomischen Formeln (ca. 9 U.-Std.)	• nutzen die binomischen Formeln als Rechenstrategie.	• begründen mithilfe geometrischer und formalsymbolischer Darstellungen die Beschreibungsgleichheit von binomischen Termen.	*zur Vernetzung* • Verknüpfung der Inhaltsfelder Geometrie und Algebra *zur Entlastung* • nur die erste binomische Formel geometrisch veranschaulichen
8.4 Unbekannte Werte finden mit System Lineare Gleichungen und Gleichungssysteme lösen (ca. 18 U.-Std.)	• lösen lineare Gleichungen sowie Gleichungssysteme mit zwei Variablen algebraisch und grafisch. • interpretieren die Lösbarkeit beim Lösen von Gleichungen.	• übersetzen einfache Realsituationen in mathematische Modelle. • nutzen verschiedene Darstellungsformen zur Problemlösung und reflektieren/bewerten diese.	*zur Entlastung* • Weglassen von Bewegungsaufgaben möglich • mindestens ein Lösungsverfahren sicher beherrschen

Kontext ***Thema*** ***Zeitbedarf***	***Inhaltliche Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Hinweise (Auswahl)***
8.5 Auf dem Weg zu irrationalen Zahlen Bestimmen von Seitenlängen quadratischer Flächen (ca. 12 U.-Std.)	• berechnen und überschlagen Quadratwurzeln einfacher Zahlen im Kopf. • unterscheiden rationale und irrationale Zahlen. • wenden das Radizieren als Umkehren des Potenzierens an.	• verwenden die Speicherfunktion des Taschenrechners, um mit genauen Werten weiter zu rechnen. • wenden die Strategie des Rückwärtsrechnens an.	*zur Entlastung* • keine Näherungsverfahren (Intervallschachtelung, Heron-Verfahren) • Beschränken auf anschauliche Begründung der Zahlbereichserweiterung
8.6 Berechnungen an Körpern Vermutungen durch Messen und Wiegen gewinnen bzw. validieren (ca. 15 U.-Std.)	• benennen und charakterisieren Prismen und Zylinder und identifizieren sie in ihrer Umwelt. • schätzen und bestimmen Oberflächen und Volumina von Prismen, Zylindern.	• verwenden Skizzen und nutzen Hilfslinien zur Berechnung von Oberflächen und Volumina.	*zur Entlastung* • keine zusammengesetzten Körper
Summe der Stunden: ca. 81 (Schuljahr: 41 Wochen à 3 U.-Std. = 164 U.-Std.)			

4.5 Jahrgangsstufe 9

Kontext ***Thema*** ***Zeitbedarf***	***Inhaltliche Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Hinweise (Auswahl)***
9.1 Modellieren mit Parabeln Quadratische Funktionen (ca. 20 U.-Std.)	• wechseln zwischen den Darstellungsformen (in Worten, Tabelle, Graph, Term) linearer und quadratischer Funktionen und benennen ihre Vor- und Nachteile. • deuten die Parameter der Termdarstellungen von linearen und quadratischen Funktionen in der grafischen Darstellung und nutzen dies in Anwendungssituationen.	• übersetzen Realsituationen in Modelle. • finden zu einem Modell passende Realsituationen. • erläutern Grenzen des Modells. • wählen ein geeignetes Werkzeug (Tabellenkalkulation, Funktionenplotter) aus und nutzen es.	*zur Vernetzung* • Grundlage für Transformationen von Funktionen (→ SII / EF) • Fach Physik: Bewegungen *zur Entlastung* • Stauchungen und Streckungen nur an einfachen Beispielen (Systematisierung → EF)
9.2 Entwickeln und Anwenden von Lösungsverfahren zum Lösen quadratischer Gleichungen Quadratische Gleichungen lösen (ca. 12 U.-Std.)	• lösen einfache quadratische Gleichungen.	• reflektieren im Sachzusammenhang die Lösbarkeit bzw. Frage nach der Anzahl der Lösungen. • vergleichen Lösungswege und Problemlösestrategien und bewerten sie.	*zur Vernetzung* • Quadratische Funktionen als wichtige Vertreter der ganzrationalen Funktionen (EF) *zur Entlastung* • Lösungsverfahren (z.B. *pq*-Formel, Faktorisieren) unmittelbar anwendbar
9.3 Was macht ein Zoom? Berechnungen mithilfe von Ähnlichkeitsbeziehungen (ca. 12 U.-Std.)	• beschreiben und begründen Ähnlichkeitsbeziehungen geometrischer Objekte und nutzen diese im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachzusammenhängen. • vergrößern und verkleinern einfache Figuren maßstabsgetreu.	• lösen Probleme mit „Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten“.	*zur Vernetzung* • Kunst: Perspektiven *zur Entlastung* • anschaulicher Ähnlichkeitsbegriff ersetzt Strahlensätze

Kontext ***Thema*** ***Zeitbedarf***	***Inhaltliche Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Hinweise (Auswahl)***
9.4 Wie wichtig ist der rechte Winkel? Die Sätze von Pythagoras und Thales beweisen und anwenden (ca. 20 U.-Std.)	• berechnen geometrische Größen und verwenden dazu den Satz des Pythagoras. • begründen Eigenschaften von Figuren mithilfe des Satzes des Thales.	• finden und präsentieren Argumentationsketten. • lösen Probleme durch Zerlegen in Teilprobleme.	*zur Vernetzung* • Wurzel als Umkehrung des Potenzierens mit natürlichen Exponenten (← 8.5, → EF)
9.5 Mogelpackungen und Design Oberfläche und Volumen berechnen (ca. 12 U.-Std.)	• schätzen und bestimmen Oberflächen und Volumina: Pyramide, Kegel, Kugel.	• nutzen mathematisches Wissen und mathematische Symbole für Begründungen und Argumentationsketten.	*zur Entlastung* • Erstellen der Schrägbilder nur kurz, Interpretation von diesen notwendig
9.6 Wie wird die Welt vermessen? Einführung in die Trigonometrie (ca. 12 U.-Std.)	• berechnen geometrische Größen (Längen und Winkel) und verwenden dazu die Definitionen von *sin*, *cos* und *tan*.	• lösen Probleme durch Zerlegen in Teilprobleme.	*zur Entlastung* • kein Kosinus-Satz, kein Sinus-Satz
9.7 Sinus-Funktion Darstellung periodischer Vorgänge (ca. 9 U.-Std.)	• stellen die Sinusfunktion mit eigenen Worten, in Wertetabellen, Grafen und Termen dar. • verwenden die Sinus-Funktion zur Beschreibung einfacher periodischer Vorgänge.	• bewerten und interpretieren Modelle für eine Realsituation. • wählen ein geeignetes Werkzeug aus und nutzen es.	*zur Vernetzung* • Transformationen der Sinus-Funktion in der EF • Fach Biologie: Stoffkreisläufe *zur Entlastung* • beschränkt auf die Sinus-Funktion

Kontext ***Thema*** ***Zeitbedarf***	***Inhaltliche Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)*** Die Schülerinnen und Schüler …	***Hinweise (Auswahl)***
9.8 Riesig groß und winzig klein – wie notieren wir das in Zahlen? Darstellen von Zahlen mit Potenzschreibweise (ca. 5 U.-Std.)	• schreiben große (und kleine) Zahlen mit Zehnerpotenzen. • verwenden und erklären Potenzschreibweise mit ganzzahligen Exponenten.	• vergleichen unterschiedliche Zahldarstellungen.	*zur Vernetzung* • Fach Geschichte, Politik: Geldentwertung, Staatsverschuldung • Fach Biologie, Physik: Kleinstlebewesen, Astronomie *zur Entlastung* • nur grundlegende Rechenregeln für Potenzen mit Blick auf Exponentialfunktionen (→ EF)
9.9 Wie sich Sparen lohnt Exponentielles Wachstum beschreiben (ca. 12 U.-Std.)	• wenden exponentielle Funktionen zur Lösung außermathematischer Problemstellungen aus dem Bereich Zinseszins an. • vergleichen exponentielle und lineare Funktionen.	• übersetzen Realsituationen aus dem Bereich Zinsrechnung in Modelle. • erläutern Grenzen des Modells.	*zur Vernetzung* • Fach Biologie, Physik: Wachstums- und Zerfallsprozesse • Fach Politik: Entwicklung der Staatsverschuldung *zur Entlastung* • nur eine Anwendung
9.10 (fakultativ) *Wie lügt man mit Statistik?* *Manipulationen erkennen*	• *analysieren grafische statistische Darstellungen kritisch und erkennen Manipulationen.* • *beurteilen Chancen und Risiken.*	• *nutzen selbstständig Print- und elektronische Medien zur Informationsbeschaffung.* • *überprüfen und bewerten Problembearbeitungen und bewerten Lösungswege.*	*zur Vernetzung* • *Fach Politik, Geschichte, Deutsch: Auswertung von Grafiken aus aktuellen Zeitungen* *zur Entlastung* • *Beschränkung auf einfache manipulative Abbildungen* • *keine stochastische Unabhängigkeit (→ EF)*
Summe der Stunden: ca. 114 (Schuljahr: 41 Wochen à 4 U.-Std. = 164 U.-Std.)			

5 Unterrichtsvorhaben für die Klassenstufe EF

Nach einem ersten Durchlauf der Stufe EF mit den Vorgaben des neuen Rahmenlehrplans im Schuljahr 2014/15 wurde das Stoffgebiet Analytische Geometrie an das Ende des Schuljahres verschoben.

Die zeitliche Abfolge der Unterrichtsvorhaben ist immer wieder neu auf die Vorgaben zur Vergleichsklausur abzustimmen.

E-Phase			
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl	Mögliche Klausurzeitpunkte
VI	E-Stochastik	18	1. Klausur
Herbstferien – vorher: Anschaffung des GTR			
I	E-Analysis 1	15	2. Klausur
Weihnachtsferien			
II	E-Analysis 2	12	(Halbjahresende)
III	E-Analysis 3	15	3. Klausur
III	E-Analysis 3	9	
Zentrale Klausur			
V	E-Geometrie	15	(Schuljahresende)
	Summe:	**84**	

5.1 Übersicht über die Unterrichtsvorhaben EF

<table>
<tr>
<td><u>Unterrichtsvorhaben I:</u>

Thema:
Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-Analysis 1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen
Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Grundlegende Eigenschaften von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen, Nullstellen von ganzrationalen Funktionen.
Zeitbedarf: 15 Std.</td>
<td><u>Unterrichtsvorhaben II:</u>

Thema:
Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-Analysis 2)

Zentrale Kompetenzen:
• Argumentieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Grundverständnis des Ableitungsbegriffs

Zeitbedarf: 12 Std.</td>
</tr>
<tr>
<td><u>Unterrichtsvorhaben III:</u>

Thema:
Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Unters. von Funktionen (E-Analysis 3)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen
• Argumentieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen

Zeitbedarf: 24 Std.</td>
<td><u>Unterrichtsvorhaben IV:</u>

Thema:
Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen, Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-Stochastik)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen
• Kommunizieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltliche Schwerpunkte:
• Mehrstufige Zufallsexperimente
• Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Zeitbedarf: 18 Std.</td>
</tr>
<tr>
<td><u>Unterrichtsvorhaben V:</u>

Thema:
Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes, Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-Geometrie)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Kommunizieren
• Problemlösen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:
• Koordinatisierungen des Raumes
• Vektoren und Vektoroperationen

Zeitbedarf: 15 Std.</td>
<td></td>
</tr>
</table>

5.2 Konkretisierungen EF

<table>
<tr><td colspan="3">Thema: Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes, Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-Geometrie)</td></tr>
<tr><th>Inhaltsbezogene Kompetenzen</th><th>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr>
<td>
Die Schülerinnen und Schüler

wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum,
stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar,
deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren,
stellen gerichtete Größen (z.B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar,
berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes des Pythagoras,
addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität,
weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach.

</td>
<td>
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler

erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)

Kommunizieren (Produzieren)
Die Schülerinnen und Schüler

wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus
wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen

Problemlösen
Die Schülerinnen und Schüler

entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)
setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (Lösen)
wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen)

</td>
<td>
Ausgangspunkt ist eine Vergewisserung (z. B. in Form einer Mindmap) hinsichtlich der den Schülerinnen und Schülern bereits bekannten Koordinatisierungen (GPS, geographische Koordinaten, kartesische Koordinaten, Robotersteuerung).

Auswahl zwischen kartesischen und anderen Koordinaten im Kontext der Spidercam:

Bewegung der Spidercam in einem kartesischen Koordinatensystem, Ausrichtung der Kamera in Kugelkoordinaten.
Position der Spidercam über einem Fußballfeld als Punkt im Raum bzw. Bewegung der Spidercam als Vektoren im Raum
Vorteil: Der Kontext könnte in Q1 zur Herleitung der Parameterform der Geradengleichung genutzt werden.
Video zur Information über Funktion und Prinzip einer Spidercam abrufbar unter

http://www.myvideo.de/watch/2692351/Galileo_Spidercam

Bei engem Zeitrahmen sollten zumindest Polarkoordinaten (evtl. in Form eines Schülervortrages) Erwähnung finden.

An geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen (z. B. „unvollständigen“ Holzquadern) lernen die Schülerinnen und Schüler, ohne Verwendung einer DGS zwischen (verschiedenen) Schrägbildern einerseits und der Kombination aus Grund-, Auf- und Seitenriss andererseits zu wechseln, um ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln.

Mithilfe einer DGS werden unterschiedliche Möglichkeiten ein Schrägbild zu zeichnen untersucht und hinsichtlich ihrer Wirkung beurteilt.

Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.
</td>
</tr>
</table>

Thema: *Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E- Analysis 1)*		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen • beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter **Wie im herkömmlichen Lehrgang EF üblich, schon hier:** *Die Schülerinnen und Schüler* • lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel (dazu vorher Erweiterung von Potenzfunktionen auf ganzrationale Funktionen)	**Modellieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung*(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen Tabellenkalkulation und Funktionenplotter der grafikfähige Taschenrechner • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle sowie zum zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen	Algebraische Rechentechniken (Äquivalenz- und Termumformungen) sollten grundsätzlich parallel vermittelt und diagnosegestützt geübt werden (solange wie erforderlich in einer der drei Wochenstunden, ergänzt durch differenzierende, individuelle Zusatzangebote.) Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf von Schulform-wechslern sollte ebenfalls durch gezielte individuelle Angebote Rechnung getragen werden (z.B. durch Kurzreferate). Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen der verwendeten Software und des GTR gerichtet werden. Als Kontext für die Beschäftigung mit Wachstumsprozessen können zunächst Ansparmodelle (insbesondere lineare und exponentielle) betrachtet und mithilfe einer Tabellenkalkulation verglichen werden. Für kontinuierliche Prozesse und den Übergang zu Exponentialfunktionen werden verschiedene Kontexte (z. B. Bakterienwachstum, Abkühlung) untersucht. *Der entdeckende Einstieg in Transformationen kann etwa über das Beispiel „Sonnenscheindauer“ aus den GTR-Materialien erfolgen, also zunächst über die Sinusfunktion*. Anknüpfend an die Erfahrungen aus der SI werden dann quadratische Funktionen (Scheitelpunktform) und Parabeln unter dem Transformationsaspekt betrachtet. Systematisches Erkunden mithilfe des GTR eröffnet den Zugang zu Potenzfunktionen. Die Motivation zur Beschäftigung mit Polynomfunktionen soll durch eine *Optimierungsaufgab*e geweckt werden. Die verschiedenen Möglichkeiten, eine Schachtel aus einem DIN-A4-Blatt herzustellen, führen insbesondere auf Polynomfunktionen vom Grad 3. Ganzrationale Funktionen vom Grad 3 werden Gegenstand einer qualitativen Erkundung mit dem GTR, wobei Parameter gezielt variiert werde (Erkunden von Funktionenscharen). Bei der Klassifizierung der Formen können die Begriffe aus Unterrichtsvorhaben E-Analysis 2 eingesetzt werden. Zusätzlich werden die Symmetrie zum Ursprung und das Globalverhalten untersucht. Die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert. Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben. <u>Wiederholen</u> des Gebietes *Transfomationen* anhand von Sinus- und Exponentialfunktionen kurz vor der *Zentralen Klausur.*

Thema: *Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E- Analysis 2)*		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext • erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate • deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten • deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/ Tangentensteigung • beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion) • leiten Funktionen graphisch ab • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen	**Argumentieren (Vermuten)** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Vermutungen auf • unterstützen Vermutungen beispielgebunden • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden digitale Werkzeuge zum Darstellen von Funktionen grafisch und als Werte-tabelle sowie zum grafischen Messen von Steigungen • (nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen)	Für den Einstieg wird die Verwendung von Änderungsraten in unterschiedlichen Sachzusammenhängen empfohlen, die auch im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen (z. B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil, Temperaturmessung, Aktienkurse, Entwicklung regenerativer Energien, Sonntagsfrage, Wirk- oder Schadstoffkonzentration, Wachstum, Kosten- und Ertragsentwicklung). Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird im Sinne eines spiraligen Curriculums qualitativ und heuristisch verwendet. Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate wird die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt. Neben zeitabhängigen Vorgängen soll auch ein geometrischer Kontext betrachtet werden (Füllhöhe). Der grafikfähige Taschenrechner (***oder*** Tabellenkalkulation und Dynamische-Geometrie-Software) werden zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt. Im Zusammenhang mit dem grafischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, zu betrachten, während eine Untersuchung der Änderung von Änderungen erst zu einem späteren Zeitpunkt des Unterrichts (Q1) vorgesehen ist.

Thema: *Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E- Analysis 3)*		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate • beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion) • leiten Funktionen graphisch ab • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen • nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten • wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an • leiten Funktionen graphisch ab • nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion • verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten • unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen	**Problemlösen** *Die Schülerinnen und Schüler* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)* **Argumentieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen […]) *(Begründen)* • erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie *(Beurteilen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)* **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen sowie zum zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen	Ausgangspunkt ist die Frage, ob mehr als numerische und qualitative Untersuchungen in der Differentialrechnung möglich sind. Für eine quadratische Funktion wird der Grenzübergang bei der „h-Methode“ exemplarisch durchgeführt. Empfehlung: Durch Variation im Rahmen eines Gruppenpuzzles vermuten die Lernenden eine Formel für die Ableitung einer beliebigen quadratischen Funktion und analysieren den Rechenweg.. Um die Ableitungsregel für höhere Potenzen zu vermuten, nutzen die Schüler den GTR und die Möglichkeit, Werte der Ableitungsfunktionen näherungsweise zu tabellieren und zu plotten. (=> Beweisidee) Kontexte spielen in diesem Unterrichtsvorhaben eine untergeordnete Rolle. (Deutung quadratische Funktionen: Weg-Zeit-Funktion gleichförmig beschleunigter Bewegungen , z.B. bei Fall und Wurf) Durch gleichzeitiges Visualisieren der Ableitungsfunktion erklären Lernende die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen 3. Grades durch die Eigenschaften der ihnen vertrauten quadratischen Funktionen. Zugleich entdecken sie die Zusammenhänge zwischen charakteristischen Punkten. Ein kurzes Wiederaufgreifen des graphischen Ableitens am Beispiel der Sinusfunktion führt zur Entdeckung, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist. Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Damit wird das vorstellungsbezogene Argumentieren trainiert. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt. Der logische Unterschied zwischen notwendigen und hinreichenden Kriterien kann durch Multiple-Choice-Aufgaben vertieft werden, die rund um die Thematik der Funktionsuntersuchung von Polynomfunktionen Begründungsanlässe und die Möglichkeit der Einübung zentraler Begriffe bieten. Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse. Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen können auch Tangentengleichungen bestimmt werden.

Thema: *Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen, Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-Stochastik)*		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler 1. deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente 2. simulieren Zufallsexperimente 3. beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln 4. modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln 5. bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten 6. prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit 7. bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten 8. stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswert-betrachtungen durch **Folgender inhaltlicher Punkt wird nach Q1 verschoben:** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen und zum Erarbeiten von Zählverfahren (Binomialkoeffizient)	**Modellieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Generieren von Zufallszahlen, Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert) **Kommunizieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten […] *(Rezipieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungs-formen *(Produzieren)*	Der Einstieg kann über die Aufgabe „Ein stochastisches Experiment“ mit Spielkarten und Würfel erfolgen. Die Erkenntnisse aus der Aufgabe bilden den „roten Faden“ durch das Thema. Zur Modellierung von Wirklichkeit werden durchgängig Simulationen geplant und durchgeführt. Digitale Werkzeuge werden zur Simulation (Zufallsgenerator), zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet. Im Zusammenhang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten bieten sich Aufgaben zum Testen einer seltenen Krankheit an, eine Möglichkeit zur Vertiefung böte dann die Betrachtung eines Diagnosetests zu einer häufiger auftretenden Erkrankung (z. B. Grippe). Um die Übertragbarkeit des Verfahrens zu sichern, sollen insgesamt mindestens zwei Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet werden. Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlichkeits-aussagen werden parallel Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten verwendet. Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können. Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.

6 Unterrichtsvorhaben für die Stufen Q1 und Q2

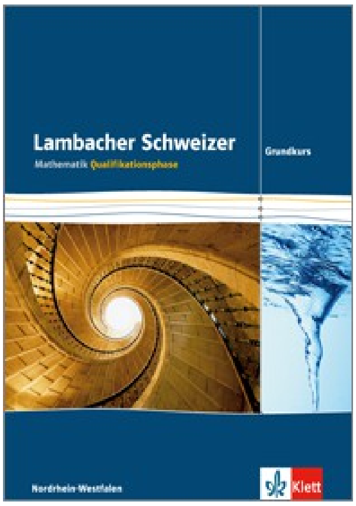
6.1 Grundkurs

Q1 Grundkurs		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
Q1-I	Q-GK-A1	18
Q1-II	Q-GK-A2	6
Q1-III	Q-GK-A3/ A4	21
Q1-IV	Q-GK-G1	9
Q1-V	Q-GK-G2	9
Q1-VI	Q-GK-G3	6
Q1-VII	Q-GK-G4	9
	Summe:	78

Q2 Grundkurs		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
Q2-I	Q-GK-S1	9
Q2-II	Q-GK-S2	6
Q2-III	Q-GK-S3	9
Q2-IV	Q-GK-S4	9
Q2-V	Q-GK-A5	9
Q2-VI	Q-GK-A6	12
	Summe:	54

Diese Reihenfolge ist abgesprochen und verbindlich. Eine Evaluation erfolgt im Rahmen der drei Pädagogischen Tage im laufenden Schuljahr 2015/16.

Die Fachkonferenz hat verbindlich beschlossen,
in allen Kursen das folgende Lehrbuch zu benutzen:



<u>Lambacher Schweizer</u>

Ausgabe Nordrhein-Westfalen

Schülerbuch (Qualifikationsphase – Grundkurs)

ISBN-Nummer 978-3-12-735451-5

6.1.1 Übersicht über die Unterrichtsvorhaben Q1 (Grundkurs)

Unterrichtsvorhaben Q1-I: **Thema**: *Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfelder**: Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G) **Inhaltliche Schwerpunkte**: • Funktionen als mathematische Modelle • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf**: 18 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q1-II:* **Thema**: *Optimierungsprobleme (Q-GK-A2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Funktionen als mathematische Modelle **Zeitbedarf**: 6 Std.
Unterrichtsvorhaben Q1-III: **Thema**: *Von der Änderungsrate zum Bestand und von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A3/ A4)* **Zentrale Kompetenzen:** • Kommunizieren • Argumentieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Grundverständnis des Integralbegriffs • Integralrechnung **Zeitbedarf**: 21 Std.	
Unterrichtsvorhaben Q1-IV: **Thema:** *Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)* **Zentrale Kompetenzen**: • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) **Zeitbedarf:** 9 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q1-V:* **Thema***: Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G2)* **Zentrale Kompetenzen**: • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltliche Schwerpunkte**: • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf:** 9 Std.

<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-VI:*</u> **Thema***: Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-GK-G3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Argumentieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Lagebeziehungen **Zeitbedarf:** 6 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-VII:*</u> **Thema***: Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G4)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Skalarprodukt ***Zeitbedarf:*** *9 Std*

6.1.2 Übersicht über die Unterrichtsvorhaben Q2 (Grundkurs)

<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-I:*</u> **Thema:** *Von Übergängen und Prozessen (Q-GK-S1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Argumentieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Stochastische Prozesse **Zeitbedarf:** 9 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-II:*</u> **Thema:** *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeits-verteilungen **Zeitbedarf:** 6 Std.
<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-III:*</u> **Thema:** *Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilung (Q-GK-S3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Binomialverteilung **Zeitbedarf:** 9 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-IV:*</u> **Thema:** *Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S4)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Argumentieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Binomialverteilung **Zeitbedarf:** 9 Std.
<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-V*</u> **Thema:** *Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Fortführung der Differentialrechnung **Zeitbedarf**: 9 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-VI:*</u> **Thema:** *Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung **Zeitbedarf**: 12 Std.

6.1.3 Konkretisierungen für die Stufe Q1 (Grundkurs)

Thema: *Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A1)*

Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Die Schülerinnen und Schüler • beschreiben das Krümmungs-verhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)	**Modellieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden […], Berechnen und Darstellen	**Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“** Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden an einem Beispiel in einem geeigneten Kontext (z.B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Anschließend werden aus gegebenen Punkten Gleichungssysteme für die Parameter der Normalform aufgestellt. Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. **Zusätzlich sollte die anschauliche Bedeutung der zweiten Ableitung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate behandelt werden.** Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet. *Designobjekte oder architektonische Formen können zum Anlass genommen werden, die Funktionsklassen zur Modellierung auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades zu erweitern und über gegebene Punkte, Symmetrie--überlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter aufzustellen. Hier bieten sich nach einem einführenden Beispiel offene Unterrichtsformen an.* Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. *Es wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.*

<table>
<tr><td colspan="3">Thema: Optimierungsprobleme (Q-GK-A2)</td></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>Die Schülerinnen und Schüler
führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese
verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien […] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten</td><td>Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor.(Strukturieren)
übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)
beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)
Problemlösen
Die Schülerinnen und Schüler
finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (Erkunden)
wählen heuristische Hilfsmittel (z.B. Skizze, informative Figur, Tabelle …) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden)
nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z.B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern …) (Lösen)
setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (Lösen)
berücksichtigen einschränkende Bedingungen (Lösen)
führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (Lösen)
vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (Reflektieren)</td><td>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“

Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Es wird deshalb empfohlen, den Lernenden hinreichend Zeit zu geben, u.a. mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen.
An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden, indem z.B. die Symmetrieeigenschaft und die Lage des Scheitelpunktes in die Argumentation einbezogen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben.

An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z.B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“).

Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht.</td></tr>
</table>

Thema: *Von der Änderungsrate zum Bestand und von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A3/A4)*		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion • erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs • erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung) • nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen • bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate • bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen	**Kommunizieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus […] mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren)* • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus *(Produzieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)* • dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar *(Produzieren)* • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie *(Produzieren)* **Argumentieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Vermutungen auf *(Vermuten)* • unterstützen Vermutungen beispielgebunden *(Vermuten)* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen […] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse … Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals	Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). *Der Einstieg **kann über kooperative Lernformen erfolgen**, in denen sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten.* Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies zur Überleitung genutzt werden. Schülerinnen und Schüler sollen (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Dazu kann das vorher entwickelte numerische Näherungsverfahren auf den Fall angewendet werden, dass für die Änderungsrate ein Funktionsterm gegeben ist. *Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe **des GTR**, einer Tabellenkalkulation **oder** eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen.* Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen. Da der Rekonstruktionsprozess auch bei einer abstrakt gegebenen Randfunktion möglich ist, wird für Bestandsfunktionen der Fachbegriff Integralfunktion eingeführt und der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion im Hauptsatz formuliert (ggf. auch im Lehrervortrag). Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen **können** von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig **erarbeitet werden**. In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung. Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt. Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.

Thema: *Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)*		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext	**Modellieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen Geodreiecke […] geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden … Darstellen von Objekten im Raum	Lineare Bewegungen werden durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben (z.B. Flugbahnen), deren Variationen werden untersucht. Neben dem dynamischen Zugang werden Zwei-Punkte-Formen zur Parametrisierung einer Geraden erarbeitet, Punktproben auch mit den Grundebenen berechnet mit ihrer Darstellung im räumlichen Koordinatensystem. Mittels DGS können Gebäude in Parallel- und Zentralprojektionen berechnet und dargestellt werden.

<table>
<tr><td colspan="3">Thema: Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G2)</td></tr>
<tr><th>Inhaltsbezogene Kompetenzen</th><th>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr>
<td>Die Schülerinnen und Schüler

stellen Ebenen in Parameterform dar
untersuchen Lagebeziehungen […] zwischen Geraden und Ebenen
berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext
stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen
</td>
<td>Problemlösen
Die Schülerinnen und Schüler

wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden)
entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)
wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (Lösen)
nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, […]) (Lösen)
führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (Lösen)
vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (Reflektieren)
beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (Reflektieren)
analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (Reflektieren)

Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler

verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
</td>
<td>Zur Parametrisierung einer Ebene kann eine Dachkonstruktion dienen (z.B. schiefwinkliges Koordinatensystem mit Parallelogrammen und Dreiecken), für die eine planerische Skizze nötig ist, in der die geometrischen Hilfsobjekte eingeführt und untersucht werden müssen. Als Motivation zur Weiterführung der systematischen Auseinandersetzung kann der Schattenwurf eines Mastes dienen, so dass hier Punktproben, Spurgeraden etc mittels GTR berechnet werden sollten (zentrale Werkzeugkompetenz)</td>
</tr>
</table>

Thema: *Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-GK-G3)*		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden […]	**Argumentieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff) *(Begründen)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)* **Kommunizieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen *(Rezipieren)* • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang *(Produzieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)* • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie *(Produzieren)* • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität *(Diskutieren)*	Der logische Aspekt einer Klassifizierung mit präziser Begriffsbildung ist hier zentral. Flussdiagramme und Tabellen werden entwickelt, dokumentiert und präsentiert. Es kann die Modellierung von Flugbahnen aufgegriffen werden, um sich den Fragen von Abstand und minimalem Abstand bei zwei Flugobjekten zu nähern.

Thema: *Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G4)*		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)	**Problemlösen** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. […] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, […]) *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)* • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz *(Reflektieren)*	Der Satz des Pythagoras führt zur Definition eines Skalarproduktes und der Cosinussatz erlaubt die Winkelberechnung. Die Polyeder bieten vielfältige, offen angelegte Problemstellungen für exemplarische, geometrische Untersuchungen und die Abstandsprobleme Punkt-Gerade und Gerade-Gerade etc sind nun lösbar.

6.1.4 Konkretisierungen für die Stufe Q2 (Grundkurs)

<table>
<tr><td colspan="3">Thema: Von Übergängen und Prozessen (G-GK-S1)</td></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>Die Schülerinnen und Schüler
beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen
verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)</td><td>Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)
Argumentieren
Die Schülerinnen und Schüler
präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten)
nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen)
stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Begründen)
überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen)</td><td>Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.

Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.

Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.</td></tr>
</table>

Thema: *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S2)*		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen	**Modellieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*	Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots in der Sekundarstufe I reaktiviert. Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert. Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

<table>
<tr><th colspan="3">Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-GK-S3)</th></tr>
<tr><th>Inhaltsbezogene Kompetenzen</th><th>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr>
<td>Die Schülerinnen und Schüler
verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente
verwenden Urnenmodelle zur Herleitung von Zählprinzipien
erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten
beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung
bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen […]</td>
<td>Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)
Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler
nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen […]
verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
… Generieren von Zufallszahlen
… Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen
… Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen
… Variieren der Parameter von Binomialverteilungen
… Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)</td>
<td>Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.

Das Urnenmodell wird verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren.

Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette’ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d.h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.

Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.

Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet.

Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von n und p ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ -Umgebung des Erwartungswertes liegen.

Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.</td>
</tr>
</table>

Thema: *Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S4)*		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen • [Wahlthema] schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit	**Modellieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter […] Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* **Argumentieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten *(Begründen)*	In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt: • die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment • die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette • die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße • die Unabhängigkeit der Ergebnisse • die Benennung von Stichprobenumfang *n* und Trefferwahrscheinlichkeit *p* Dies erfolgt in unterschiedlichsten Realkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“). Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen besonderen Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen. *Wenn genügend Unterrichtszeit zur Verfügung steht, können im Rahmen der beurteilenden Statistik vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) Produzenten- und Abnehmerrisiken bestimmt werden.* *Hinweis: Eine Stichprobenentnahme kann auch auf dem GTR simuliert werden.*

Thema: *Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)*		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion • untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze • interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungs-zusammenhang • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: - natürliche Exponentialfunktion	**Problemlösen** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) *(Lösen)* • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)* • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung *(Reflektieren)* **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen … grafischen Messen von Steigungen • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus • nutzen […] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen	*Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens sollte eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte z.B. in Gruppenarbeit mit Präsentation stehen (Wachstum und Zerfall).* Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen. Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet. Umgekehrt suchen die Lernenden zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle. *Dazu könnten sie eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die sie immer weiter verfeinern oder in der Grafik ihres GTR experimentieren, indem sie Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion legen. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.* Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

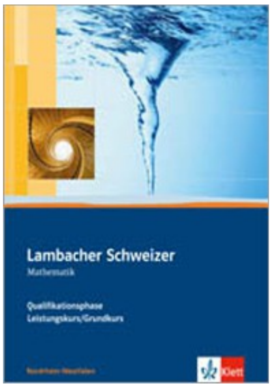
Thema: *Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)*		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: - Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten • bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) • wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an • wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate	**Modellieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)*	Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. Als Beispiel für eine Summenfunktion wird eine Kettenlinie modelliert. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden. An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt. In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird. Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z.B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert.

6.2 Leistungskurs

Q1 Leistungskurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-LK-A1	15
II	Q-LK-A2	15
III	Q-LK-A3/ A4	25
IV	Q-LK-G1	10
V	Q-LK-G2	10
VI	Q-LK-G3	10
VII	Q-LK-G4	10
VIII	Q-LK-G5	10
IX	Q-LK-S1	15
X	Q-LK-S2	5
XI	Q-LK-S3	10
	Summe:	**135**

Q2 Leistungskurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-LK-S4	5
II	Q-LK-S5	15
III	Q-LK-S6	20
IV	Q-LK-A5	20
V	Q-LK-A6	20
	Summe:	**80**

Die Fachkonferenz hat verbindlich beschlossen, in allen Kursen das folgende Lehrbuch zu benutzen:



Lambacher Schweizer
Ausgabe Nordrhein-Westfalen
Schülerbuch mit CD-ROM
Qualifikationsphase – Leistungskurs/Grundkurs
ISBN: 978-3-12-735401-0

6.2.1 Übersicht über die Unterrichtsvorhaben Q1 (Leistungskurs)

<table>
<tr>
<td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u>

Thema:
Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen
(Q-LK-A1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfelder:
Funktionen und Analysis (A)
Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:
• Funktionen als mathematische Modelle
• Lineare Gleichungssysteme

Zeitbedarf: 15 Std.</td>
<td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II:</u>

Thema:
Optimierungsprobleme (Q-LK-A2)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Problemlösen

Inhaltsfeld:
Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Funktionen als mathematische Modelle
• Fortführung der Differentialrechnung

Zeitbedarf: 15 Std.</td>
</tr>
<tr>
<td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-III:</u>

Thema:
Von der Änderungsrate zum Bestand und von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A3/ A4)

Zentrale Kompetenzen:
• Kommunizieren
• Argumentieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Grundverständnis des Integralbegriffs
• Integralrechnung

Zeitbedarf: 25 Std.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u>

Thema: Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)

Zentrale Kompetenzen:
• Modellieren
• Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld:
Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden)

Zeitbedarf: 10 Std.</td>
<td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u>

Thema: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)

Zentrale Kompetenzen:
• Problemlösen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
• Skalarprodukt

Zeitbedarf: 10Std.</td>
</tr>
</table>

<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-VI:*</u> **Thema***: Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Argumentieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) **Zeitbedarf:** 10 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-VII:*</u> **Thema:** *Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G4)* **Zentrale Kompetenzen:** • Argumentieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Lagebeziehungen und Abstände (von Geraden) ***Zeitbedarf:*** *10 Std.*
<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-VIII:*</u> **Thema:** *Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Lagebeziehung und Abstände (von Ebenen) • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf:** 10 Std.	
<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-IX:*</u> **Thema:** *Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S1)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Argumentieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: • Stochastische Prozesse **Zeitbedarf:** 15 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-X:*</u> **Thema:** *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S2)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen **Zeitbedarf:** 5 Std.
<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-XI:*</u> **Thema:** *Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilung (Q-LK-S3)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Binomialverteilung **Zeitbedarf:** 10 Std.	

6.2.2 Übersicht über die Unterrichtsvorhaben Q2 (Leistungskurs)

<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-I:*</u> **Thema:** *Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S4)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Binomialverteilung **Zeitbedarf:** 5 Std	<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-II:*</u> **Thema:** *Ist die Glocke normal? (Q-LK-S5)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Normalverteilung **Zeitbedarf:** 15 Std.
<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-III:*</u> **Thema:** *Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S6)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren • Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Testen von Hypothesen **Zeitbedarf:** 20 Std.	
<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-IV*</u> **Thema:** *Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-LK-A5)* **Zentrale Kompetenzen:** • Problemlösen • Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** • Fortführung der Differentialrechnung **Zeitbedarf**: 20 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-V:*</u> **Thema:** *Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)* **Zentrale Kompetenzen:** • Modellieren **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung **Zeitbedarf**: 20 Std.

6.2.3 Konkretisierungen für die Stufe Q1 (Leistungskurs)

<table>
<tr><th colspan="3">Thema: Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A1)</th></tr>
<tr><th>Inhaltsbezogene Kompetenzen</th><th>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>Die Schülerinnen und Schüler
• interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen
• bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)
• beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung
• verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
• beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
• wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind</td><td>Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)
• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)
• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren)
• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren)

Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler
• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum… Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen, … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
• nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden […], Berechnen und Darstellen.</td><td>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“

Anknüpfend an die Einführungsphase werden in unterschiedlichen Kontexten (z.B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst.

Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z.B. Trassierungsprobleme gewählt werden. Zusätzlich sollte die anschauliche Bedeutung der zweiten Ableitung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate behandelt werden (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz).

Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.

Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkten, Symmetrieüberlegungen, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) Gleichungssysteme für die Parameter ganzrationaler Funktionen entwickelt.
Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.

Über freie Parameter (aus unterbestimmten Gleichungssystemen) werden Lösungsscharen erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An innermathematischen „Steckbriefen“ werden Fragen der Eindeutigkeit der Modellierung und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht.

Spline-Interpolation zur Förderung bes. leistungsstarker SuS (Referat).</td></tr>
</table>

Thema: *Optimierungsprobleme (Q-LK-A2)*		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien […] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen • Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten • führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück • wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an	**Modellieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* • **Problemlösen** • *Die Schülerinnen und Schüler* • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation *(Erkunden)* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle …) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Verallgemeinern …) *(Lösen)* • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein *(Lösen)* • berücksichtigen einschränkende Bedingungen *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)*	**Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“** Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb hinreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege zu entwickeln. An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z.B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“). Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht. Im Zusammenhang mit geometrischen und ökonomischen Kontexten entwickeln die Schülerinnen und Schüler die Ableitungen von Wurzelfunktionen sowie die Produkt- und Kettenregel und wenden sie an.

Thema: *Von der Änderungsrate zum Bestand und von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A3/A4)*

Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion • erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs • erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion • deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen • nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen • begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs • bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen • bestimmen Integrale numerisch [...]	**Kommunizieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren)* • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus *(Produzieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)* • dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar *(Produzieren)* • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie *(Produzieren)* **Argumentieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Vermutungen auf *(Vermuten)* • unterstützen Vermutungen beispielgebunden *(Vermuten)* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten *(Begründen)* • erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)*	Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt werden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit - Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Daneben wird die Konstruktion einer Größe (z.B. physikalische Arbeit) erforderlich, bei der es sich nicht um die Rekonstruktion eines Bestandes handelt. Der Einstieg sollte über eine **kooperative Lernform** erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten. Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. *Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies* ***zur Hinführung zur Integralfunktion*** *genutzt werden.* Schülerinnen und Schüler sollen hier selbst entdecken, dass die Integralfunktion eine Stammfunktion der Randfunktion ist. Dazu wird das **vorher entwickelte numerische Näherungsverfahren** zur Rekonstruktion einer Größe aus der Änderungsrate auf eine kontextfrei durch einen Term gegebene Funktion angewendet und zur Konstruktion der Integralfunktion genutzt (Verallgemeinerung). Die Graphen der Randfunktion und der genäherten Integralfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation **oder** eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen.

• ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion • bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen.	• • **Werkzeuge nutzen** • *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen […] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse • …Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals	Um diesen Zusammenhang zu begründen, wird der absolute Zuwachs f(x+h)*h – f(x)*h geometrisch durch Rechtecke nach oben und unten abgeschätzt. Der Übergang zur relativen Änderung mit anschließendem Grenzübergang führt dazu, die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren, und motiviert, die Voraussetzungen zu präzisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren. *Hier bieten sich Möglichkeiten zur inneren Differenzierung: Formalisierung der Schreibweise bei der Summenbildung, exemplarische Einschachtelung mit Ober- und Untersummen, formale Grenzwertbetrachtung, Vergleich der Genauigkeit unterschiedlicher Abschätzungen.* In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Produktsummen zur Verfügung. Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen. (Gedanklich wird mit einem „Eierschneider“ der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung. Auch die jeweiligen Summenformeln weisen Entsprechungen auf.) *Mit der Mittelwertberechnung kann bei entsprechend zur Verfügung stehender Zeit (über den Kernlehrplan hinausgehend) noch eine weitere wichtige Grundvorstellung des Integrals erarbeitet werden. Hier bieten sich Vernetzungen mit dem Inhaltsfeld Stochastik an.*

Thema: *Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)*		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • stellen Geraden in Parameterform dar • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar	**Modellieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden … Darstellen von Objekten im Raum	Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. *Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit mittels einer Funktion zu variieren, z. B. zur Beschreibung einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung.* In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (hier die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden. Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. Solche Darstellungen sollten geübt werden.

Thema: *Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)*

Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) • bestimmen Abstände zwischen Punkten und Geraden [...]	**Problemlösen** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)*	Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt. Die formale Frage nach der Bedeutung eines Produktes von zwei Vektoren sowie den dabei gültigen Rechengesetzen wird im Zusammenhang mit der Analyse von typischen Fehlern (z.B. Division durch einen Vektor) gestellt. Anknüpfend an das Thema E-G2 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben (z.B. Nachweis von Viereckstypen) an. *Ein Vergleich von Lösungswegen mit und ohne Skalarprodukt kann im Einzelfall dahinterliegende Sätze transparent machen wie z.B. die Äquivalenz der zum Nachweis einer Raute benutzten Bedingungen* $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=0$ *und* $(\vec{a})^2=(\vec{b})^2$ *für die Seitenvektoren* $\vec{a}$ *und* $\vec{b}$ *eines Parallelogramms.* In Anwendungskontexten (z.B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) wird entdeckt, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u.a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Hierbei werden unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen. Eine Vernetzung mit Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung bietet sich an.

Thema: *Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G3)*		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen	**Argumentieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) *(Begründen)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)* **Kommunizieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen *(Rezipieren)* • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)*	Im Sinne verstärkt wissenschaftspropädeutischen Arbeitens wird folgender anspruchsvoller, an Q-LK-G2 anknüpfender Weg vorgeschlagen: Betrachtet wird die Gleichung: $\vec{u} \cdot (\vec{x} - \vec{a}) = 0$. Durch systematisches Probieren oder Betrachten von Spezialfällen ($\vec{a} = 0$) wird die Lösungsmenge geometrisch als Ebene gedeutet. Die unterschiedlichen Darstellungsformen dieser Ebenengleichung und ihre jeweilige geometrische Deutung (Koordinatenform, Achsenabschnittsform, Hesse-Normalenform als Sonderformen der Normalenform) werden in einem Gruppenpuzzle gegenübergestellt, verglichen und in Beziehung gesetzt. Dabei intensiviert der kommunikative Austausch die fachlichen Aneignungs-prozesse. Die Achsenabschnittsform erleichtert es, Ebenen zeichnerisch darzustellen. *Optional:* Zur Veranschaulichung der Lage von Ebenen wird eine räumliche Geometrie-software verwendet. Als weitere Darstellungsform wird nun die Parameterform der Ebenengleichung entwickelt. Als Einstiegskontext dient eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G2 wieder aufgegriffen. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Parallelogramme und Dreiecke beschrieben. So können auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden. Ein Wechsel zwischen Koordinatenform und Parameterform der Ebene ist über die drei Achsenabschnitte möglich. Alternativ wird ein Normalenvektor mit Hilfe eines Gleichungssystems oder mit Hilfe des Kreuzproduktes bestimmt.

Thema: *Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G4)*		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden […] • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen	**Argumentieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) *(Begründen)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)* **Kommunizieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen *(Rezipieren)* • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang *(Produzieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)* • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie *(Produzieren)* • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität *(Diskutieren)*	Die Berechnung des Schnittpunkts zweier Geraden ist eingebettet in die Untersuchung von Lagebeziehungen. Die Existenzfrage führt zur Unterscheidung der vier möglichen Lagebeziehungen. Als ein Kontext kann die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Thema Q-LK-G1 wieder aufgenommen werden, insbesondere mit dem Ziel, die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten im Unterschied zur Abstandsberechnung zwischen den Flugbahnen zu vertiefen. Hier bietet sich wiederum eine Vernetzung mit den Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung an. Die Berechnung des Abstandes zweier Flugbahnen kann für den Vergleich unterschiedlicher Lösungsvarianten genutzt werden. Dabei wird unterschieden, ob die Lotfußpunkte der kürzesten Verbindungsstrecke mitberechnet werden oder nachträglich aus dem Abstand bestimmt werden müssen. In der Rückschau sollten die Schüler nun einen Algorithmus entwickeln, um über die Lagebeziehung zweier Geraden zu entscheiden. Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Die Schülerinnen und Schüler können selbst solche Darstellungen entwickeln, auf Lernplakaten dokumentieren, präsentieren, vergleichen und in ihrer Brauchbarkeit beurteilen. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollten nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden.

Thema: *Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)*		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen […] zwischen Geraden und Ebenen • berechnen (Schnittpunkte von Geraden sowie) Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen	**Problemlösen** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)* • analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. […] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) *(Lösen)* • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)* • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz *(Reflektieren)* **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen … Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen	Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden.. Auch hier wird eine räumliche Geometriesoftware eingesetzt. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt Die Bestimmung von Längen und Winkeln setzt das Thema Q-LK-G2 direkt fort. Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung. Abstände von Punkten zu Geraden (Q-LK-G2) und zu Ebenen (Q-LK-G3) ermöglichen es z. B., die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen. Abgesehen von der Abstandsberechnung zwischen Geraden (erst in Q-LK-G5) müssen weitere Formen der Abstandsberechnungen nicht systematisch abgearbeitet werden, sie können bei Bedarf im Rahmen von Problemlöseprozessen in konkrete Aufgaben integriert werden. Das Gauß-Verfahren soll anknüpfend an das Thema Q-LK-A1 im Zusammenhang mit der Berechnung von Schnittfiguren oder bei der Konstruktion regelmäßiger Polyeder vertieft werden. Weiter bietet der Einsatz des GTR Anlass, z. B. über die Interpretation der trigonalisierten Koeffizientenmatrix die Dimension des Lösungsraumes zu untersuchen. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung und der algebraischen Formalisierung soll stets deutlich werden. In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben.

Thema: *Von Übergängen und Prozessen (G-LK-S1)*		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen • verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)	**Modellieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren) **Argumentieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)*	*Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.* Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln. Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an. Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.

Thema: Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen *(Q-LK-S2)*		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen	**Modellieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*	Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots reaktiviert. Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt. *Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.*

Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen *(Q-LK-S3)*		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente • verwenden Urnenmodelle zur Herleitung von Zählprinzipien • erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen	**Modellieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen […] • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Generieren von Zufallszahlen … Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen	Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette’ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d.h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen. Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und der Binomialkoeffizienten bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an. Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“). *Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.*

6.2.4 Konkretisierungen für die Stufe Q2 (Leistungskurs)

<table>
<tr><td colspan="3">Thema: Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S4)</td></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>Die Schülerinnen und Schüler
• beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung
• bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen
• nutzen die σ-Regeln für prognostische Aussagen
• nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen</td><td>Problemlösen
Die Schülerinnen und Schüler
• analysieren und strukturieren die Problemsituation (Erkunden)
• wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden)
• erkennen Muster und Beziehungen (Erkunden)
• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)
• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern) (Lösen)
• interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (Reflektieren)

Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler
• nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen […]
• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
… Variieren der Parameter von Binomialverteilungen
… Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen
… Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)
… Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen</td><td>Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.

Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung induktiv entdeckt werden:
In einer Tabellenkalkulation wird bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$.

Das Konzept der σ -Umgebungen wird durch experimentelle Daten abgeleitet. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen und um das $\frac{1}{\sqrt{n}}$ - Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren.</td></tr>
</table>

Thema: Ist die Glocke normal? *(G-LK-S5)*		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion • untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen • beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve)	**Modellieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren [...] komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen [...] komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* **Problemlösen** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Generieren von Zufallszahlen … Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen • nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie zum Erkunden, Berechnen und Darstellen • reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge	Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier… Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird. *Ergänzung für leistungsfähige Kurse:* Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit. Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungs-orientierten Zugang. Da auf dem GTR die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann (vgl. Q-LK-A3/A4). Die Visualisierung erfolgt mit Hilfe des GTR. Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.

<table>
<tr><td colspan="3">Thema: Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S6)</td></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>Die Schülerinnen und Schüler
interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse
beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art</td><td>Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)
Argumentieren
Die Schülerinnen und Schüler
erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (Rezipieren)
formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (Produzieren)
führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei (Diskutieren)</td><td>Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d.h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten.
Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z.B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung).

Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert:
Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage?
Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie?
Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.</td></tr>
</table>

Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus *(Q-LK-A5)*

Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

Die Schülerinnen und Schüler
• beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
• nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion
• bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
  ○ natürliche Exponentialfunktion
  ○ Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis
  ○ natürliche Logarithmusfunktion
• nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion von 1/x.
	Problemlösen
	Die Schülerinnen und Schüler
	• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)*
	• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)*
	• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme)*(Lösen)*
	• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)*
	• variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung *(Reflektieren)*
	
	Werkzeuge nutzen
	Die Schülerinnen und Schüler
	• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
	… zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
	… grafischen Messen von Steigungen
	• entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus
	• nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
		Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.
		
		Die Eulersche Zahl kann z.B. über das Problem der stetigen Verzinsung. eingeführt werden. Der Grenzübergang wird dabei zunächst durch den GTR unterstützt. Da der Rechner dabei numerisch an seine Grenzen stößt, wird aber auch eine Auseinandersetzung mit dem Grenzwertbegriff motiviert.
		Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet.
		
		Umgekehrt wird zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle gesucht.
		
		Dazu kann man eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die immer weiter verfeinert wird. Oder man experimentiert in der Grafik des GTR, indem Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion gelegt werden. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.
		
		Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich automatisch, dass für die Eulersche Zahl als Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.
		
		Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis e zurückzuführen. Mit Hilfe der schon bekannten Kettenregel können dann auch allgemeine Exponentialfunktionen abgeleitet werden.
		
		Eine Vermutung zur Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion wird graphisch geometrisch mit einem DGS als Ortskurve gewonnen und anschließend mit der Kettenregel bewiesen.

Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen *(Q-LK-A6)*		
Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)**	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Die Schülerinnen und Schüler • verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum • bestimmen Integrale […] mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion	**Modellieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)*	Als Beispiel für eine Summenfunktion eignet sich die Modellierung einer Kettenlinie. An mindestens einem Beispiel wird auch ein beschränktes Wachstum untersucht. An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet. Auch in diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird. Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen. Vernetzungsmöglichkeiten mit der Stochastik sollten aufgegriffen werden (z. B. Gaußsche Glockenkurve – sofern zu diesem Zeitpunkt bereits behandelt).